

FORMULES MECHANICA

Inhoud

FORMULES MECHANICA.....	1
BEWEGING.....	2
S, v, t, a.....	2
AFGELEGDE WEG.....	2
SNELHEID.....	2
VERSNELLING.....	2
RELATIES TUSSEN AFGELEGDE WEG, SNELHEID EN VERSNELLING.....	2
Valbewegingen.....	3
VRIJE VAL.....	3
VERTICALE WORP.....	3
Ronddraaiende beweging.....	4
OMTREKSNELHEID.....	4
HOEKSNELHEID.....	4
HOEKSNELHEID.....	5
HOEKVERSNELLING.....	5
NORMAAL VERSNELLING (ronddraaiende beweging).....	6
TANGENTIAAL VERSNELLING.....	7
WETTEN VAN NEWTON.....	8
De eerste wet van Newton: de traagheidswet.....	8
De tweede wet van Newton: kracht verandert de beweging.....	8
De derde wet van Newton: actie - reactie.....	9
ARBEID.....	9
Potentiële energie.....	10
Kinetische energie.....	10
VERMOGEN.....	11
MOMENT EN KOPPEL.....	11
BEPALEN VAN DE WRIJVINGSCOEFFICIENT.....	12
Glijdende wrijving.....	12
Rollende wrijving.....	13
Bandwrijving.....	13

BEWEGING

S, v, t, a

AFGELEGDE WEG

afgelegde weg = s in m

tijd = t in s

snelheid = v in m/s

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0} = v$$

$$s = v * (t_1 - t_0)$$

SNELHEID

snelheid = v in m/s

tijd = t in s

versnelling = a in m/s²

$$v_1 - v_0 = \int_{t_1}^{t_0} a * dt$$

eenhedenvergelijking

$$\frac{m}{s^2} * s = \frac{m}{s}$$

VERSNELLING

snelheid = v in m/s

tijd = t in s

versnelling = a in m/s²

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{gem}}{t_1 - t_0} = \frac{v_1 - v_0}{2 * (t_1 - t_0)}$$

de versnelling is de hoeveelheid
snelheidsverschil per tijdseenheid

a = constante, vb: aardse versnelling = 9,81m/s²

eenhedenvergelijking

$$\frac{m / s}{s} = \frac{m}{s^2}$$

of

$$s_1 - s_0 = \int_{t_1}^{t_0} v * dt$$

eenhedenvergelijking

$$\frac{m}{s} * s = m$$

of

$$v = \frac{S}{t}$$

gemiddelde snelheid = V_g in m/s

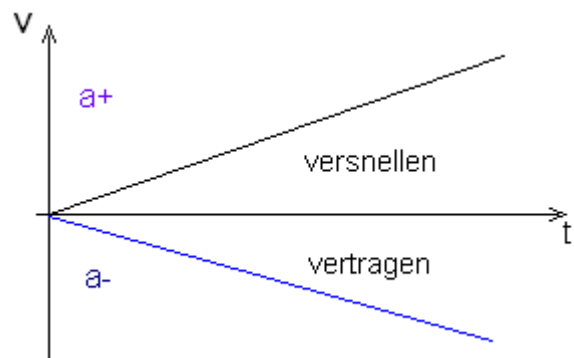
snelheid = v in m/s

$$v_g = \frac{v_0 + v_1}{2}$$

a is positief ⇒ versnelling

a is negatief ⇒ vertraging

a = 0 ⇒ snelheid is constant



RELATIES TUSSEN AFGELEGDE WEG, SNELHEID EN VERSNELLING

v = snelheid in m

v₀ = beginsnelheid in m/s

S = afgelegde weg in m

S₀ = afgelegde weg in m

a = vernelling in m/s²

t = tijd in s

$$v = v_0 + a * t$$

$$s = s_0 + v_0 * t + \frac{a * t^2}{2}$$

Valbewegingen

VRIJE VAL

snelheid = v_0

snelheid = v_1

gemiddelde snelheid = v_g

tijd = t

versnelling = $a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$

afgelegde weg of hoogte = h

$$v_g = \frac{v_0 + v_1}{2} \quad (1)$$

$$v_g = \frac{h}{t} \quad (2)$$

$$v_0 = 0 \quad (3)$$

zodat :

$$\frac{h}{t} = \frac{v}{2} \Rightarrow v = \frac{2 * h}{t} \quad (4)$$

Bij een vrije val is de beginsnelheid = nul

$$a = g = \frac{v_1 - v_0}{t} \quad (5)$$

$$v_0 = 0 \quad (3)$$

$$g = \frac{v_1}{t} \Rightarrow t = \frac{v_1}{g} \quad (6)$$

Met de formules (4) en (6) kan geschreven worden:

$$v = \frac{2 * h}{\frac{v}{g}} = \frac{2 * h * g}{v}$$

$$v^2 = 2 * h * g \Rightarrow v = \sqrt{2 * h * g}$$

VERTICALE WORP

$$v_g = \frac{v_0 + v_1}{2}$$

$$v_g = \frac{h}{t} \Rightarrow h = v_g * t$$

$$h = \left(\frac{v_0 + v_1}{2} \right) * t$$

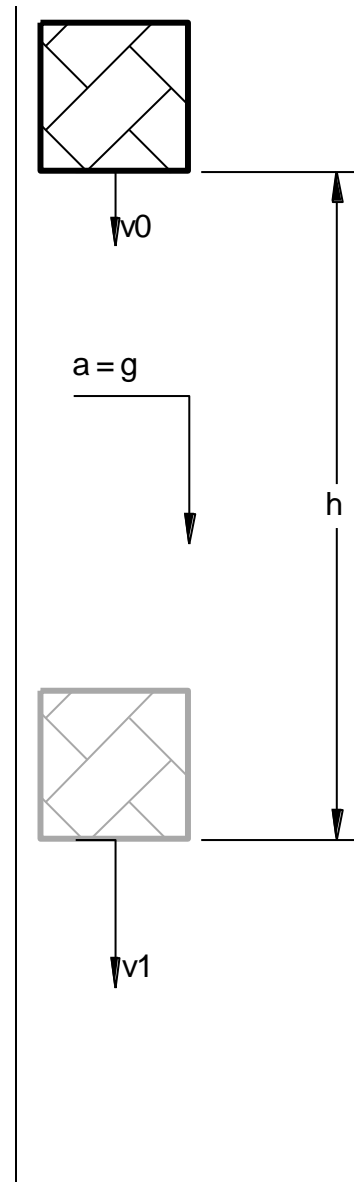
$$g = \frac{v_1 - v_0}{t} = \frac{v_1}{t} - \frac{v_0}{t} \Rightarrow \frac{v_1}{t} = g + \frac{v_0}{t}$$

zodat :

$$v_1 = g * t + v_0$$

Met de formules (9) en (11) kan geschreven worden

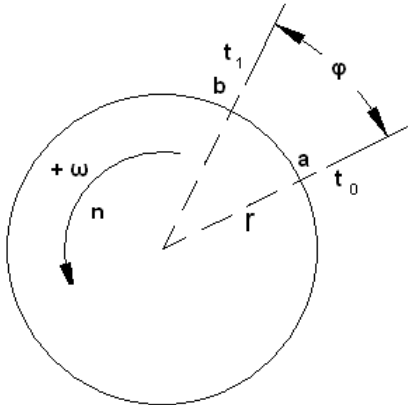
Een worp naar beneden "+", $v_0 > 0$
Een worp naar boven "-", $v_0 > 0$



$$h = \frac{v_0 + g * t + v_0}{2} * t = v_0 * t \mp \frac{g * t^2}{2}$$

Ronddraaiende beweging

OMTREKSNELHEID



Wat?

Snelheid van een punt op een cirkel in functie van het aantal omwentelingen per tijdseenheid

Symbool voor omtreksnelheid

v

Hoe berekenen

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1 - s_2}{t_1 - t_0}$$

Afgelegde weg voor 1 omwenteling = omtrek van de cirkel = $\pi * D$

De tijd voor 1 omwenteling = $1/n$

$$v = \pi * D * n$$

Eenheid voor omtreksnelheid = m/s

Verband tussen omtrek- en hoeksnelheid

$$\frac{v}{\omega} = \frac{\pi * D * n}{2 * \pi * n} = \frac{\pi * 2 * R * n}{2 * \pi * n} = R$$

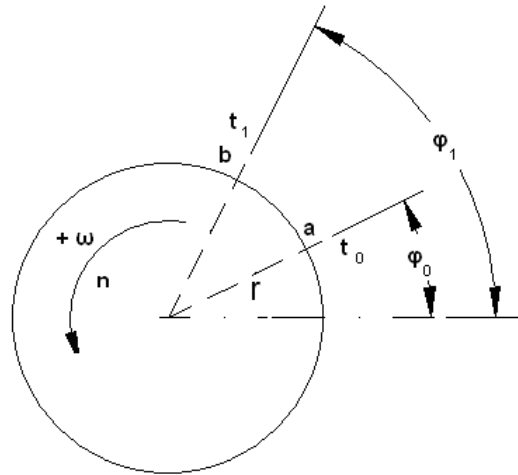
of

$$v = \omega * R$$

Verband tussen afgelegde weg op de cirkelomtrek en de door gelopende hoek

$$\frac{s}{R} = \theta = \text{afgelegdebooglengte} \Rightarrow s = \theta * R$$

HOEKSNELHEID



Wat?

Snelheid van een punt op een cirkel in functie van de doorlopende hoek per tijdseenheid

Symbool voor hoeksnelheid

omega

Hoe berekenen

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta_1 - \theta_0}{t_1 - t_0}$$

Doorgelopende hoek voor 1 omwenteling is 360° of

$2 * \pi$ rad

De tijd voor 1 omwenteling = $1/n$

$$\omega = 2 * \pi * n$$

Eenheid voor hoeksnelheid = rad/s

HOEKSNELHEID

De richting van de hoeksnelheid kan men vinden door de regel van de kurkentrekker

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$$

De snelheidsvector v = omtreksnelheid

eenhedenvergelijking

$$\frac{\text{rad}}{\text{s}} * m = \frac{m}{\text{s}}$$

HOEKVERSNELLING

De hoekversnelling α

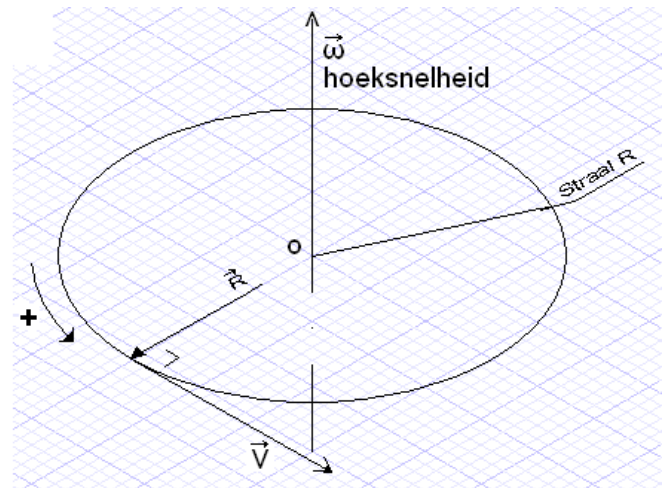
$$\alpha = \Delta\omega / \Delta t$$

als Δt limiet = 0

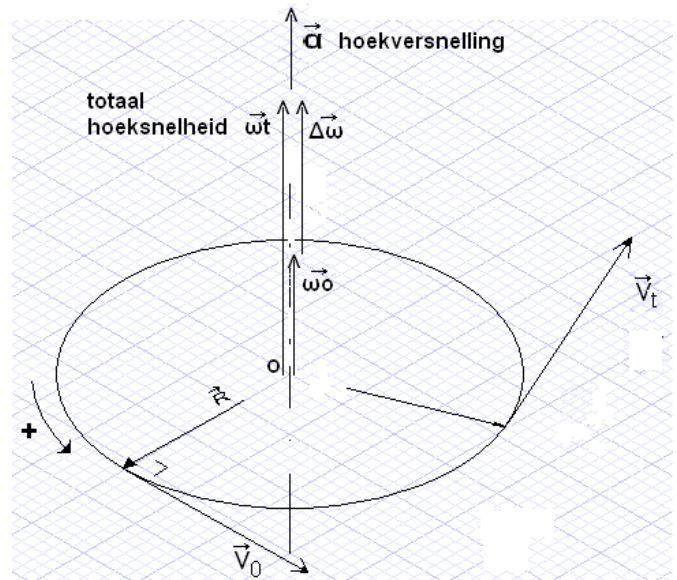
eenhedenvergelijking

$$\frac{\text{rad/s}}{\text{s}} = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

vectoriële voorstelling hoeksnelheid



vectoriële voorstelling hoekversnelling



NORMAAL VERSNELLING (ronddraaiende beweging)

$$V_a = V_b$$

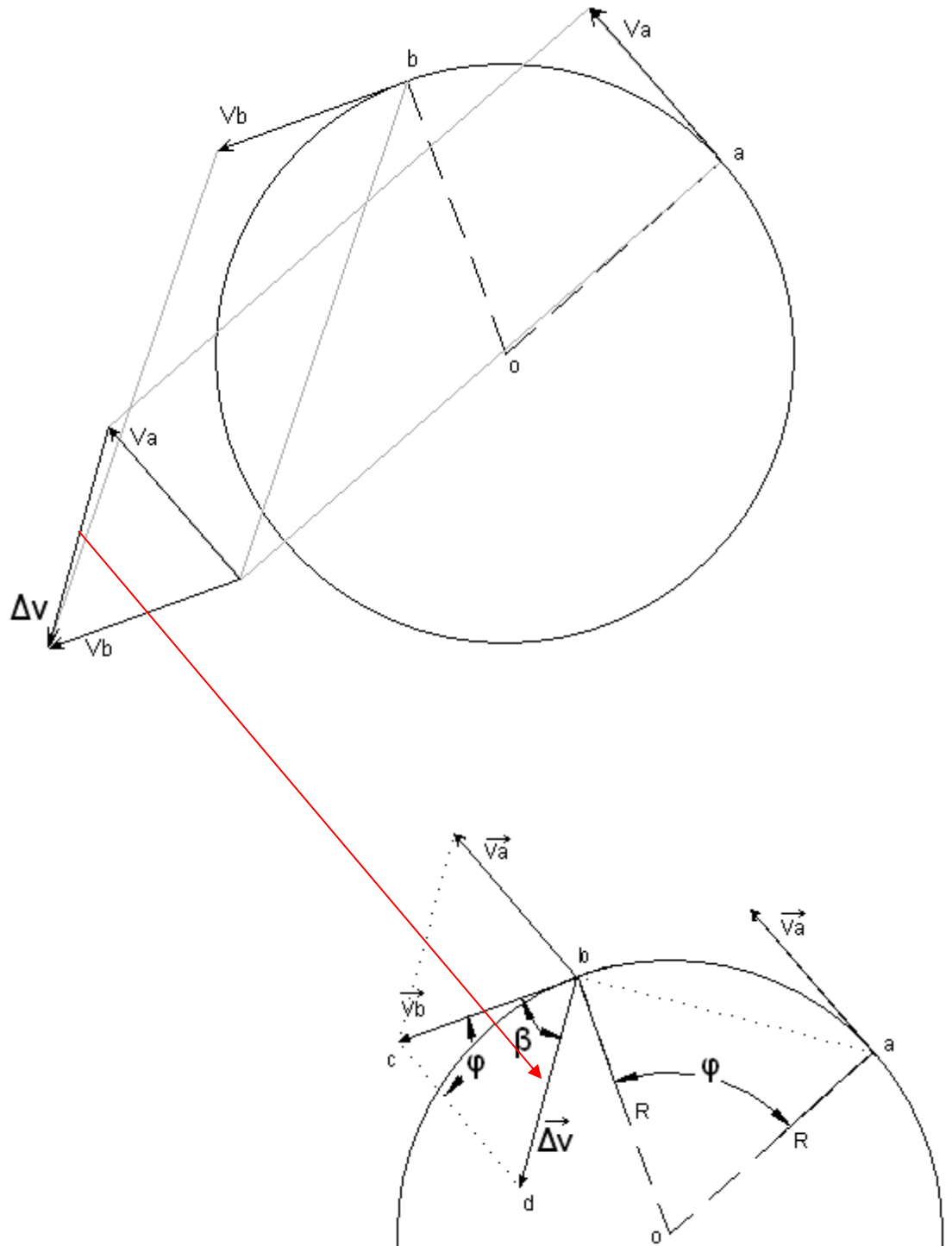
$$\Delta V = V_b - V_a$$

Richting van V_a en V_b zijn niet gelijk

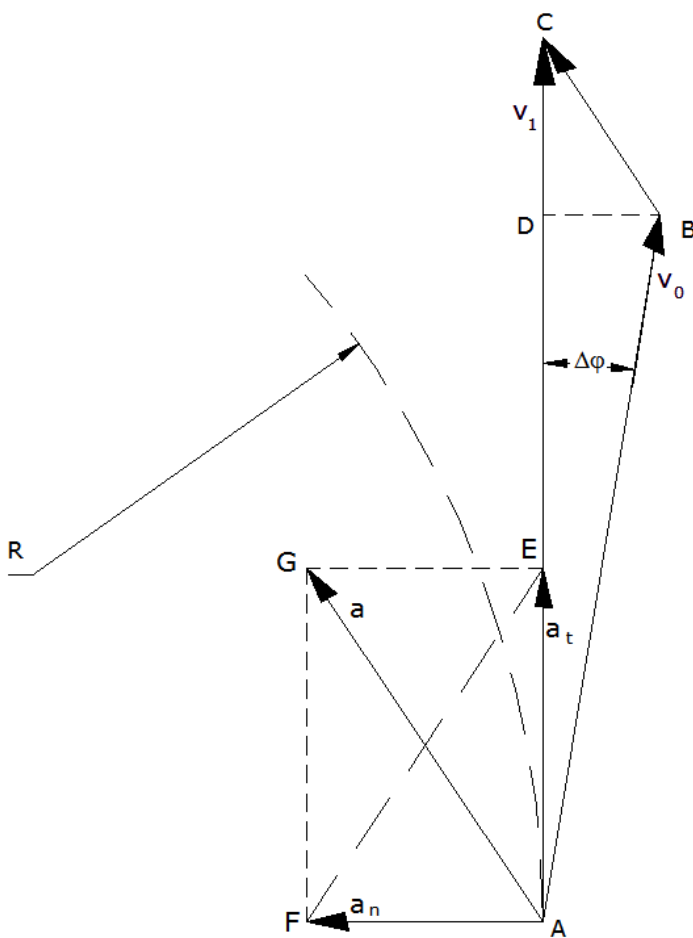
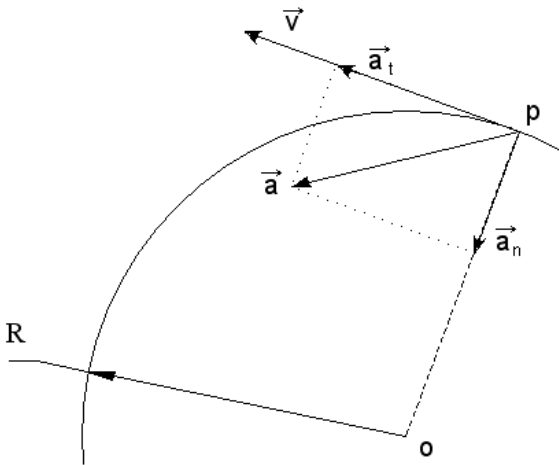
Gevolg:

Ontstaan van normaal versnelling, bij een ronddraaiende beweging met een omtreksnelheid V_a

zal na een tijd Δt de richting van V_a veranderen door ΔV .



TANGENTIAAL VERSNELLING



$$\overline{AB} = v_0$$

$$\overline{AC} = v_1$$

$$\overline{BC} = \Delta v$$

$$\overline{CD} = \vec{v}_1 - \vec{v}_0$$

Uit de driehoeken BCD en AEF:

$$a = \lim_{\Delta\phi \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$CD = v_1 - v_0$$

$$\Delta v = R * \Delta\omega$$

$$a_t = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} = \frac{R * (\omega_1 - \omega_0)}{\Delta t} = R * \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\text{hoekversnelling} = \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\phi}{dt^2}$$

$$a_t = R * \alpha$$

WETTEN VAN NEWTON

De eerste wet van Newton: de traagheidswet

Een voorwerp waarop geen resulterende kracht werkt, is in rust of beweegt zich rechtlijnig met constante snelheid voort.

De snelheid zal dus onveranderd blijven: zowel grootte als richting van de snelheid blijven constant.

Het voorwerp staat stil (snelheid $v=0$) of beweegt zich met constante snelheid in een bepaalde richting.

kracht F in N

massa m in kg

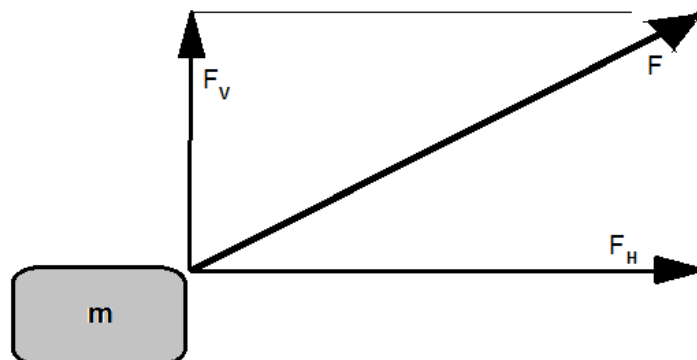
versnelling a in m/s^2

$$F = m * a$$

Eenhedenvergelijking

$$kg * \frac{m}{s^2} = N$$

Bij niet verticale bewegingen is het nodig om de kracht te ontbinden in een verticale en horizontale vector.

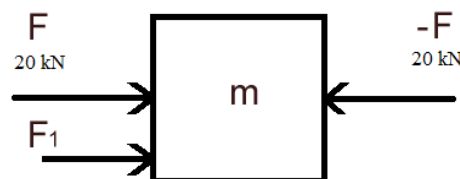


De kracht "F" wordt ontbonden in " $F_H = m*a$ " en " $F_v = m*g$ "

De tweede wet van Newton: kracht verandert de beweging

De verandering van de beweging is recht evenredig met de resulterende kracht en volgt de rechte lijn waarin de kracht werkt.

Dit is de elementaire formulering van een bewegingsvergelijking.



De kracht \vec{F} op een voorwerp is gelijk aan de verandering van de impuls ("beweging") van het voorwerp.

De impuls is het product van de massa m in kilogram en de snelheid \vec{v} in m/s:

$$\vec{H} = m * \vec{v}$$

H = impuls in Ns

m = massa in kg

v = snelheid in m/s

eenhedenvergelijking:

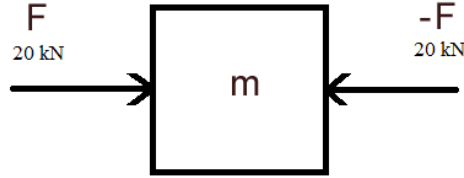
$$kg * \frac{m}{s} = kg * \frac{m * s}{s * s} = kg * \frac{m * s}{s^2} = N * s = Ns$$

De derde wet van Newton: actie - reactie

Als een voorwerp A een kracht \vec{F}_{actie} op een voorwerp B uitoefent, gaat deze kracht gepaard met een even grote, maar tegengestelde gerichte kracht $\vec{F}_{reactie}$ van B op A:

$$\vec{F}_{actie} = -\vec{F}_{reactie}$$

Deze wet stelt dat krachten nooit alleen voorkomen, maar steeds in paren.



NB. Hoewel \vec{F}_{actie} en $\vec{F}_{reactie}$ tegengesteld gericht en even groot zijn, heffen zij elkaar op, maar zijn de oorzaak van spanningen in het voorwerpen waarop de krachten inwerken.

ARBEID

Werkt de kracht niet in de richting van de verplaatsing, dan geldt de formule voor de component van de kracht in de richting van de verplaatsing. Als de kracht niet constant is en de verplaatsing of weg s een kromme, geldt de formule voor een (infinitesimaal) klein stukje van de weg. De bijdrage dW aan de totale arbeid is het scalair product van kracht en $d\vec{s}$. Waardoor een cosinus-factor in de definitie gebracht wordt.

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Dit leidt ertoe dat arbeid (in het Engels work, vandaar het symbool W) gedefiniëerd is als de integraal van deze bijdrage over de gehele weg C :

$$W = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Arbeid is een scalaire grootheid, kan positief of negatief zijn, en wordt uitgedrukt in joule. Arbeid gaat altijd samen met een verandering van energie en heeft ook dezelfde eenheid, maar er zijn ook energieomzettingen waar geen arbeid bij verricht wordt. Altijd als iets tegen een bepaalde kracht in wordt bewogen, wordt er door die kracht negatieve arbeid verricht; wordt iets met een kracht mee bewogen, dan is de door die kracht verrichte arbeid positief.

Ruwweg kan het volgende principe gebruikt worden: als de kracht de beweging bevordert is de arbeid van die kracht positief, als de beschouwde kracht de beweging tegenwerkt is de arbeid negatief.

$$W = F \cdot s$$

arbeid W in Nm of J

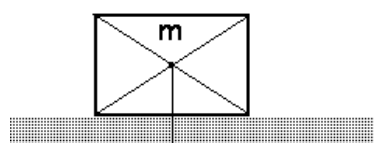
kracht F in N

afgelegdeweg s in m

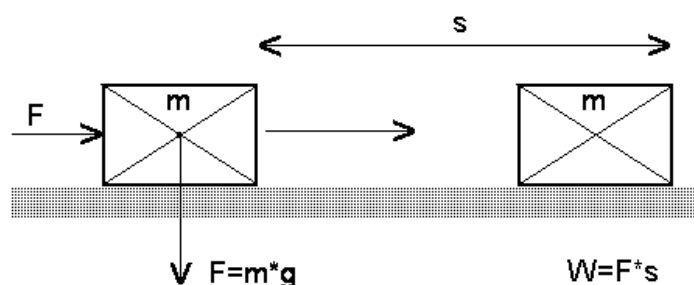
eenhedenvergelijking

$$N \cdot m = J$$

$$W = F \cdot s = 0 \text{ Nm}$$



Wrijving = nul



Potentiële energie

bron: Algemene mechanica 2 / Vanslebrouck & L. Suetens / De Techniek / blz 44

Indien een object met een massa "m" op een hoogte "h" boven de grond willen brengen, zal hiervoor arbeid nodig zijn = F*h

Gedurende de verplaatsing van het object verricht de zwaartekracht een negatieve arbeid, deze arbeid wordt opgenomen in het object.

Het object beschikt nu over een potentiële energie "Ep"

$$E_p = m * g * h$$

Eenheden:

Ep in Nm of J

m in kg

g = 9,81 m/s²

h = m

Eenhedenvergelijking

$$E_p = m * g * h$$

$$kg * \frac{m}{s^2} * m = Nm = J$$

Kinetische energie

bron: Algemene mechanica 2 / Vanslebrouck & L. Suetens / De Techniek / blz 44

Alle objecten die in beweging zijn, beschikken, uit oorzaak van de traagheid, over kinetische energie.

De kinetische energie is in functie van de massa en de snelheid van het bewegend object.

Als een kracht "F" op een object met massa "m" werkt, dat uit rust vertrekt met een versnelling "a", dan is:

$$F = m * a$$

$$v = a * t \Rightarrow a = v / t$$

Na t seconden is de afgelegde weg S = V_{gem} * t

$$V_{gem} = (v_0 + v_t) / 2$$

Bij vertrek uit stilstand is:

$$v_0 = 0 \Rightarrow V_{gem} = v_t / 2$$

Dan is de afgelegde weg

$$S = t * v_t / 2$$

$$v = a / t$$

$$S = a * t^2 / 2$$

$$E_k = F * S$$

$$S = \frac{a * t^2}{2}$$

$$E_k = m * a * \frac{a * t^2}{2} = m * \frac{a^2 * t^2}{2}$$

$$v = a / t$$

$$E_k = m * \frac{v^2 * t^2}{t^2 * 2} = m * v^2 / 2$$

$$E_k = \frac{m * v^2}{2}$$

Eenheden

m = massa in kg

V = snelheid in m/s

Ek = kinetische energie in Nm of J

$$kg * \left(\frac{m}{s}\right)^2 = \frac{kg * m}{s^2} * m = Nm = J$$

VERMOGEN

De nodige energie → nodige arbeid dat uitgeoefend wordt in een bepaalde tijd = vermogen.

$$P = \frac{W}{t}$$

vermogen P in W (=Watt)

arbeid W in J of Nm

tijd in s

eenhedenvergelijking

$$\frac{N * m}{s} = \frac{J}{s} = W$$

Afgeleiden formule

$$\frac{N * m}{s} = N * \frac{m}{s} \Rightarrow F * v$$

MOMENT EN KOPPEL

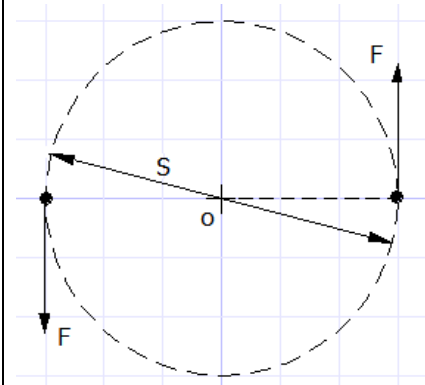
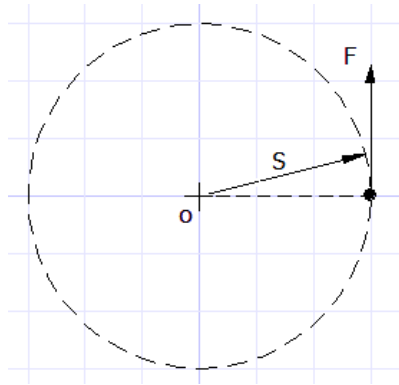
Een moment is het product van een tangentiële kracht ten opzichte van een punt.

Een koppel van krachten is een stelsel van twee gelijke krachten, die evenwijdig aan (dezelfde richting) elkaar maar tegengestelde zin hebben.

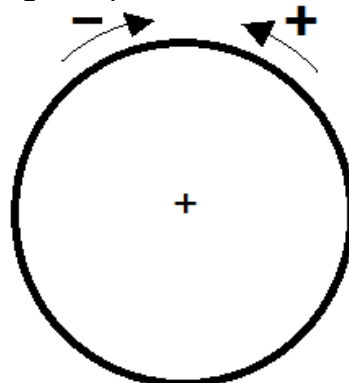
Het verschil tussen moment en koppel

	<u>moment</u>	<u>koppel</u>
Aantal krachten	1	2 gelijke- en evenwijdig
Formule	$M_o = F * S$ moment M_o in Nm tangentiële kracht F in N de loodrechte afstand tussen de krachtvector en het draaipunt S in m	$T = F * S$ koppel T in Nm tangentiële kracht F in N de loodrechte afstand tussen de twee krachtvectoren S in m

Vectorieel



Draai conventie voor de berekening en opstellen van formules.

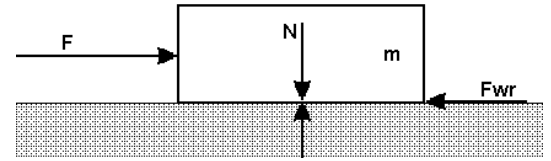


BEPALEN VAN DE WRIJVINGSCOEFFICIENT

Waar 2 objecten contact met elkaar maken, is steeds een kracht aanwezig die de relatieve beweging van de twee objecten tegenwerkt, nl. wrijving
Wrijving is afhankelijk van de aard van het contactoppervlak van het object ten opzichte van het andere bvb;

- vast – vast
- vast – vloeibaar (en omgekeerd)
- vast – gasvormig (en omgekeerd)

zolang de relatieve snelheid van beide objecten nul is, is de wrijvingskracht even groot als de kracht die aangrijpt op het object.

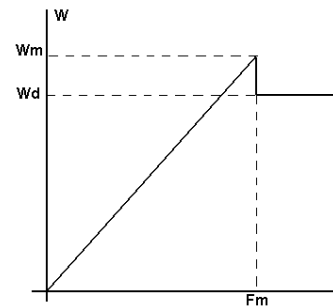


Eenmaal een kracht uitgeoefend op een object dat groter is dan de wrijvingskracht dan is de wrijvingskracht overwonnen en komt het object in beweging.

$F > F_{wr} \Rightarrow$ beweging

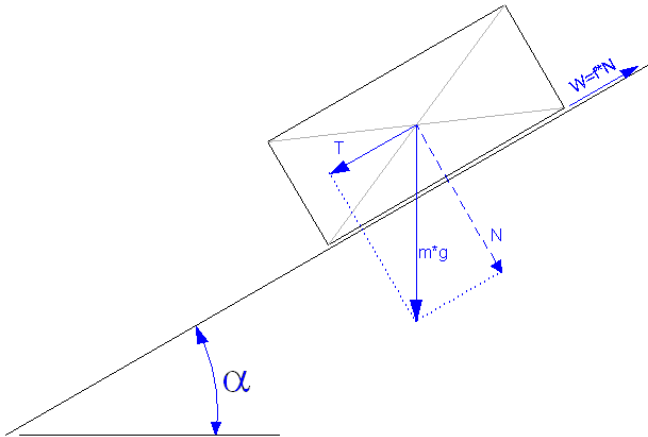
$F < F_{wr} \Rightarrow$ geen beweging

De dynamische weerstandskracht "Wd" < maximum statische weerstand "Wm" De wrijvingskracht kan niet boven, een maximum wrijvingskracht groeien.



Glijdende wrijving

Een voorwerp op een hellend vlak kan in evenwicht blijven door de wrijvingskracht



N = normaalcomponent van de zwaartekracht

$$N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

T = kracht dat aangrijpt op het voorwerp

$$T = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

W = wrijvingskracht

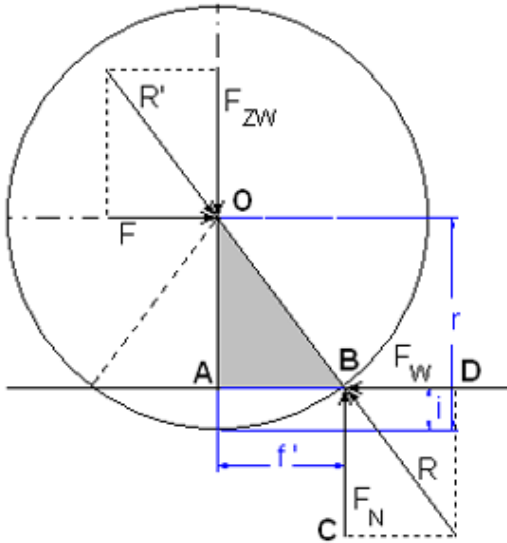
$$W = T = - m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$f_s \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \leq - m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

f_s = statische weerstand

$$f_s = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{m \cdot g \cdot \cos \alpha} = \tan \alpha = \text{wrijvingscoefficient}$$

Rollende wrijving



Een cilinder met een eigen gewicht = F_{zw} en een straal = r op een horizontaal vlak

Het aanrakingsvlak met het horizontaal vlak is afhankelijk van de hardheid van zowel de cilinder als van het vlak als van de uitgeoefende drukkracht en eigen gewicht van de cilinder.

Het ondersteuningsvlak levert een normale reactiekracht F_n die de cilinder in evenwicht houdt
zodat $\Leftrightarrow F_n + F_{zw} = 0$ (vectorieel)

Door het toepassen van een horizontale kracht = F (aangrijpend in "o") zodat de cilinder op het puntstaat om in beweging te komen.

Dan is de resultante = $R' = F_{zw} + F$ (vectorieel)

Daar de cilinder nog juist in evenwicht is, zijn: $R + R' = 0$

De resultante R kan ontbonden worden in F_w en F_n

F_w = wrijvingskracht

F_n = normale reactiekracht

Uit de krachterevenwicht volgt:

$F_w = -F$ (vectorieel)

$F_n = -F_{zw}$ (vectorieel)

Uit het momentevenwicht volgt:

$f' * F_n - (r-i) * F_w = 0$ (vectorieel)

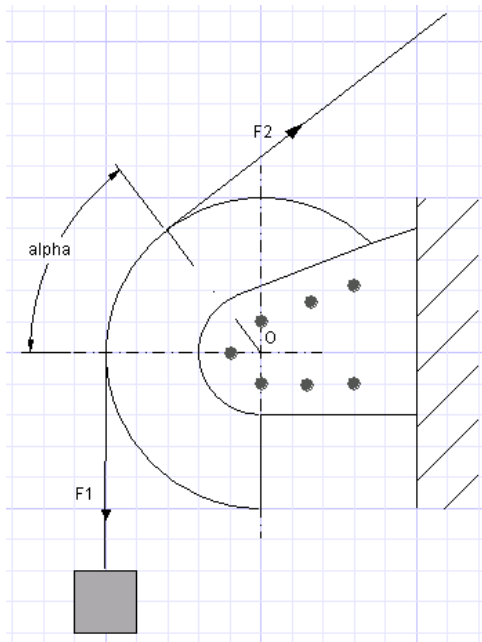
r = straal van de rol

i = indrukking

Hieruit kan men afleiden:

De verhouding f'/r = coëfficiënt van rollende wrijving

Bandwrijving



Een buigzame riem omsluit een vaste schijf over een hoek α

Het contact tussen de riem en de vaste schijf zorgt voor het ontstaan van een wrijvingskracht tegengesteld gericht aan de beweging van de riem.

$$\frac{F_2}{F_1} = e^{(\alpha * f)}$$

α = contacthoek in radialen

f = wrijvingscoëfficiënt (onbenoemd getal)